

Ponte di Wheatstone

1 Introduzione

Scopo di questa esercitazione è la misura di una resistenza incognita di circa $1.2 \text{ k}\Omega$ con una incertezza relativa non superiore a 10^{-3} . Lo studente ha a disposizione un potenziometro da $1 \text{ k}\Omega$ come resistenza variabile. Per l'esercitazione si utilizza un multimetro digitale al fine di misurare i valori delle resistenze disponibili ma, anche, per caratterizzare la resistenza del potenziometro in funzione della posizione del cursore.

2 Ponte di Wheatstone

La figura 1 mostra lo schema di principio del ponte di Wheatstone per la misura di resistenze, in cui R_x è il resistore da misurare e R_v il potenziometro che permette di equilibrare il ponte in modo tale da avere $V_d \approx 0$. Con questa particolare configurazione si ottiene:

$$V_d = \left(\frac{R_v}{R_v + R_1} - \frac{R_x}{R_x + R_2} \right) \cdot V_{cc} \quad (1)$$

per cui, se il ponte è in equilibrio ($V_d \approx 0 \text{ V}$) si ottiene

$$\frac{R_1}{R_v} = \frac{R_2}{R_x} \quad (2)$$

e dunque $R_x = k \cdot R_v$, con $k = R_2/R_1$.

Se R_1 ed R_2 sono due resistenze di valore noto, allora R_x (la resistenza incognita da misurare) dipende solo da R_v (resistenza variabile). Di quest'ultima, nel caso di un potenziometro di cui si conosce l'andamento in base alla posizione della manopola, è possibile effettuare una caratterizzazione per mezzo di un multimetro con accuratezza adeguata. La gamma di resistenze che si riesce a misurare è data da:

$$kR_{v-min} \leq R_x \leq kR_{v-max} \quad (3)$$

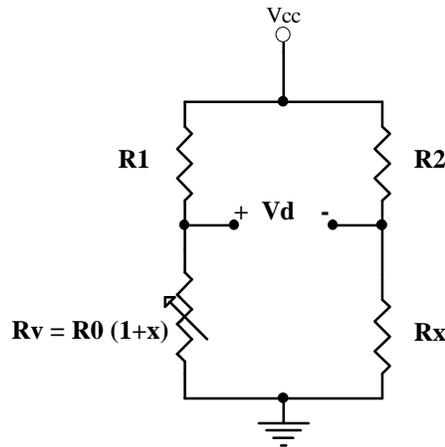


Figura 1: Schema del ponte di Wheatstone utilizzato

Nell'esercitazione il potenziometro utilizzato ha un valore variabile fra 0 e 1 k Ω mentre la resistenza incognita è di circa 1.2 k Ω .

3 Caratterizzazione del potenziometro

Nella presente esercitazione la resistenza variabile R_v presente nella figura 1 è costituito da un potenziometro lineare con manopola graduata. Prima di poter essere utilizzato nel ponte di Wheatstone, il potenziometro deve essere caratterizzato ricavando la tabella di taratura che rappresenta il valore di resistenza del potenziometro in funzione della posizione della manopola. Si misuri, con il multimetro digitale presente sul banco, l'effettiva resistenza del potenziometro in corrispondenza degli indici da 1 a 9. Sul grafico si rappresentino anche le fasce di incertezza. La resistenza corrispondente agli indici intermedi può essere ricavata con buona approssimazione per interpolazione lineare. Confrontare le misure di resistenza effettuate con il metodo a 2 fili con quello a 4 fili.

4 Considerazioni sulla sensibilità

Nell'ipotesi che il ponte sia in equilibrio, dalla 2 si definisce il fattore di scala A come:

$$\frac{R_1}{R_v} = \frac{R_2}{R_x} = A \quad (4)$$

Ponendo $R_v = R_0(1 + x)$, dove $x = \frac{\delta R_0}{R_0}$ è la variazione relativa del valore di resistenza del potenziometro intorno al valore di equilibrio R_0 per cui è verificata la 4, la tensione di squilibrio del ponte V_d può essere scritta come:

$$V_d = \frac{Ax}{(A+1)(A+1+x)} \cdot V_{cc} \quad (5)$$

Per piccoli valori di x la tensione di squilibrio è:

$$V_d \approx Sx - S \frac{1}{A+1} x^2 \quad (6)$$

avendo definito la sensibilità S come:

$$S = \frac{A}{(A+1)^2} \cdot V_{cc} \quad (7)$$

Per $A=1$ (ponte a resistenze uguali) si ha la massima sensibilità, a discapito, però, della linearità. Questa, infatti, migliora al crescere di A poiché si riduce il termine in x^2 nell'equazione 6.

5 Caratterizzazione del ponte fuori equilibrio

Obiettivo di questa parte dell'esercitazione è quello di valutare la sensibilità del ponte misurando i valori di V_d ed $x = \frac{\delta R_0}{R_0}$. Per far ciò si varii la posizione della manopola del potenziometro caratterizzato in precedenza. Si parta dal valore del ponte in equilibrio in modo da fissare sul grafico il punto di coordinate ($V_d \approx 0, x \approx 0$).

5.1 Ponte con $A = 1$

Realizzate il circuito di figura 1 con $R_1 = R_2 = R_x = 560 \Omega$. Porre il potenziometro R_v sull'indice 5.6 ed alimentate il ponte con $V_{cc} = 4 \text{ V}$. Equilibrate il ponte agendo su R_v e misurando V_d per mezzo del voltmetro digitale. Misurate la sensibilità del ponte misurando la variazione di tensione V_d al variare del potenziometro per alcuni valori vicini al valore di riposo (manopola graduata intorno al valore 5). Ripetere la misura con $V_{cc} = 8 \text{ V}$. Confrontate i risultati ottenuti con i valori calcolati per $A = 1$. Fate il grafico della tensione V_d in funzione di x variando la posizione della manopola del potenziometro R_v tra gli indici 1 e 9.

5.2 Ponte con $A = 10$

Ripetere il punto 5.1 con $R_1 = R_2 = 5.6 \text{ k}\Omega$ e $R_v = R_x = 560 \Omega$. Confrontate i risultati di sensibilità e linearità.

6 Incertezza associabile alla resistenza incognita

Poiché non si è interessati alla linearità del ponte ma solo alla sua sensibilità di rivelazione dello condizione di equilibrio, si può dimensionare il ponte utilizzando la condizione $A = 1$ (resistenze tutte uguali). Dalla equazione 6, la sensibilità S può essere definita anche come la variazione della tensione di squilibrio V_d al variare della resistenza del potenziometro, ovvero:

$$S = \frac{\partial V_d}{\partial x} = \frac{A}{(A+1)^2} \cdot V_{cc} \quad (8)$$

da cui, nel caso di resistenze del ponte uguali ($A \approx 1$), si ha che

$$S \approx \frac{V_{cc}}{4} \quad (9)$$

Riguardo l'incertezza di misura associabile ad R_x (resistenza incognita), dalla 2 e dalle note formule di propagazione degli errori, si ha che:

$$\frac{\delta R_x}{R_x} = \frac{\delta R_1}{R_1} + \frac{\delta R_2}{R_2} + \frac{\delta R_v}{R_v} \quad (10)$$

L'ultimo termine presente nella 10 può essere riscritto, tenendo conto della 8, come:

$$\frac{\delta R_v}{R_v} = \frac{\delta V_d}{S} \quad (11)$$

La 10 permette di determinare l'incertezza relativa associabile alla misura di R_x . Questa formula va utilizzata per determinare i contributi di incertezza tollerabili nei componenti del ponte al fine di avere, secondo le specifiche di progetto, $\frac{\delta R_x}{R_x} \leq 10^{-3}$

7 Misura di resistenza incognita di circa 1.2 kΩ con ponte in equilibrio

Per mezzo delle equazioni presentate in precedenza, si dimensiona il ponte in modo tale da ottenere una incertezza relativa sul valore di R_x non superiore a 10^{-3} . Calcolare, per mezzo della 2 e della curva di taratura del potenziometro, il valore della resistenza incognita R_x . Calcolare l'incertezza della resistenza incognita.